

## 総合職試験 物理学

### 問題 5

運動量  $p$  で運動する粒子のド・ブROI波長  $\lambda$  は,  $h = 6.63 \times 10^{-34}$  J·s をプランク定数として, 次式で与えられる.

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (\text{i})$$

体積  $V$  の容器に閉じ込められ, 温度  $T$  の熱浴に接した気体分子の系を考える. 1 個の気体分子の質量を  $m$ , 気体分子数を  $N$ , 気体分子間の平均距離を  $\ell$  とする. また, ボルツマン定数を  $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$  J·K $^{-1}$ , アボガドロ定数を  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  mol $^{-1}$  とする.  $\ell \gg \lambda$  のとき, 気体分子は古典的な粒子として記述できるが,  $\ell \sim \lambda$  の場合, 量子力学的効果を取り入れた記述が必要となる. 以下の問に答えよ.

- (1)  $\ell \gg \lambda$  を仮定して正準分布の考え方をを用いると, 気体分子の運動量  $p$  の大きさの期待値が  $\sqrt{3mk_B T}$  となることを示せ. なお, ガウス積分を実行しなくても結果が導出できる点に注意せよ.
- (2)  $\ell$  は近似的にどのように書けるか.
- (3) 窒素分子の分子量は約 28 である.  $T = 300$  K,  $P = 10^5$  Pa において, 窒素分子が古典的な粒子として振る舞うか否かを具体的に必要となる数値を概算して論ぜよ. なお, 数値は論証に必要な精度で求めれば十分であり, 正確に求める必要はない.
- (4) ヘリウム 4 はある条件下で液体となり, 極低温で超流動状態となる. ヘリウム 4 の同位体であるヘリウム 3 の場合にも, 同様に超流動状態を実現できるが, ヘリウム 4 と比較して, 温度を非常に低温にする必要がある. 超流動状態をボース・アインシュタイン凝縮が起きた状態として解釈した場合, なぜヘリウム 4 のほうが超流動状態を実現しやすいかを論ぜよ.